

氏 名	い とう ち あき 伊 藤 千 秋
授 与 学 位	工 学 博 士
学位授与年月日	昭和 59 年 5 月 9 日
学位授与の根拠法規	学位規則第 5 条第 2 項
最 終 学 歴	昭和 41 年 3 月 東北大学大学院工学研究科電気及通信工学専攻 修士課程修了
学位論文題目	不均一伝送線路の解析とその応用に関する研究
論文審査委員	東北大学教授 斎藤 伸自 東北大学教授 西田 茂穂 東北大学教授 竹田 宏 東北大学助教授 長沢 庸二

論 文 内 容 要 旨

第 1 章 緒 論

従来の不均一伝送線路に関する研究は主に解析に関するものが圧倒的に多い。本章ではそれらを解析の元となる基本方程式に注目，整理し，本論文で扱う“解析と合成”に関する問題点を抽出している。

第 2 章 均一および不均一伝送線路の統一理論とシグナルフロー構造

〔I〕 序言 3つの形式的有限長不均一伝送線路解析

(1) 進行波表示， (2) インピーダンス表示， (3) アドミッタンス表示
により線路上の波動現象（反射，整合，共振など）を解明

〔II〕 非結合性の入・反射波の定義

○ 入射波 ($u_{p+}(x)$, $v_{p+}(x)$)， (u : 電流; v : 電圧)

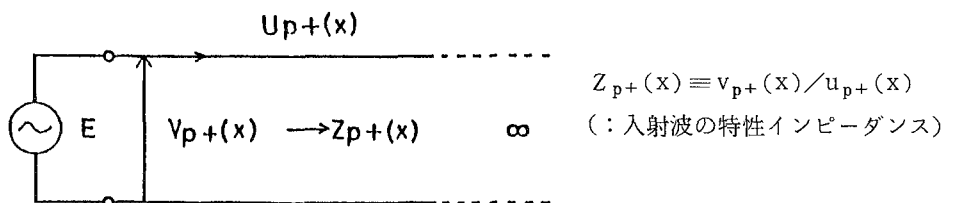


図 1 入射波の定義

○ 反射波 ($u_{p-}(x), v_{p-}(x)$)

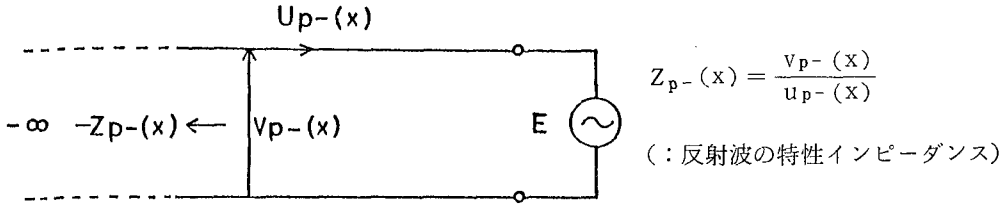


図2 反射波の定義

○ 入・反射波の伝達関数: $t_{u\pm}(c \rightarrow x), t_{v\pm}(c \rightarrow x)$

$$t_{u\pm}(c \rightarrow x) \equiv \frac{u_{p\pm}(x)}{u_{p\pm}(c)} \equiv \exp \left[-\int_c^x y(x) Z_{p\pm}(x) dx \right] \quad (1)$$

$$t_{v\pm}(c \rightarrow x) \equiv \frac{v_{p\pm}(x)}{v_{p\pm}(c)} \equiv \exp \left[-\int_c^x \frac{z(x)}{Z_{p\pm}(x)} dx \right] \\ = Z_{p\pm}(x) / Z_{p\pm}(c) \cdot t_{u\pm}(c \rightarrow x) \quad (2)$$

〔Ⅲ〕 進行波表示—解析その1—

$$\text{境界条件: } v(0) = E - R_1 u(0), \quad v(\ell) = R_\ell u(\ell) \quad (3)$$

が課せられた時の諸量 (添字 S は電源側をみた, L は負荷側をみたの意):

〔A〕 負荷側をみた反射係数 ρ_{uL} , インピーダンス Z_L ;

$$\rho_{uL}(x, R_\ell) \equiv \frac{u_{p-}(x)}{u_{p+}(x)} \equiv t_{u+}(x \rightarrow \ell) \cdot \rho_{u\ell} \cdot t_{u-}(\ell \rightarrow x) \quad (4)$$

$$\rho_{vL}(x, R_\ell) \equiv t_{v+}(x \rightarrow \ell) \cdot \rho_{v\ell} \cdot t_{v-}(\ell \rightarrow x) \quad (5)$$

$$Z_L(x, R_\ell) \equiv \frac{v(x)}{u(x)} \equiv Z_{p+}(x) \cdot \frac{1 + \rho_{vL}(x, R_\ell)}{1 + \rho_{uL}(x, R_\ell)} \quad (6)$$

$$\text{全電流 } u(x) = u_{p+}(x) + u_{p-}(x) \\ = u_{p+}(x) \{ 1 + \rho_{uL}(x, R_\ell) \} \quad (7)$$

$$\text{ただし } u_{p+}(x) \equiv \frac{e_{us}}{1 - F} \cdot t_{u+}(0 \rightarrow x) \quad (8)$$

$$F \equiv t_{u+}(0 \rightarrow \ell) \cdot \rho_{u\ell} \cdot t_{u-}(\ell \rightarrow 0) \cdot \rho_{u0} = (u \leftrightarrow v) \\ \equiv \text{“1 巡伝達関数”} \quad (9)$$

○ 特徴 シグナルフローを考えれば直ちに諸量 $\rho_L, \rho_s, Z_L, Z_s, v_{p\pm}, u_{p\pm}, v, u$, などの表現可

〔B〕 整合概念の明確化 (均一分布のときの自然な拡張)

○ 入射波整合 (: 入射波のみ残すこと) $R_\ell = Z_{p+}(\ell)$ (図3(a)参照)

○反射波整合（：反射波のみ残すこと） $R_i = -Z_{p-}(0)$ (図3 (b) 参照)

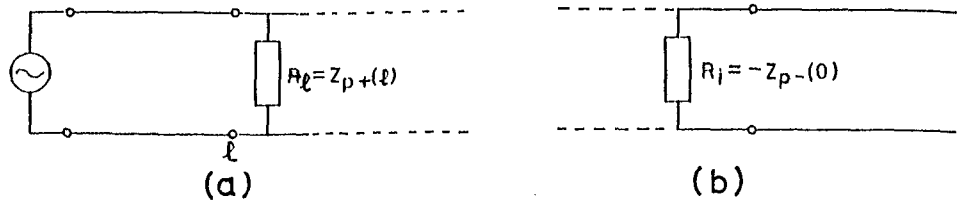


図3 整合

〔C〕共振

直列共振： $Z_L(0, R_\ell) = 0 \rightarrow 1 + \rho_{vL}(0, R_\ell) = 0$ (10)

並列共振： $Z_L(0, R_\ell) = \infty \rightarrow 1 + \rho_{uL}(0, R_\ell) = 0$ (11)

“線路共振”： $F = 1$ のとき $v(x), u(x) \rightarrow \infty$ (12)

〔IV〕インピーダンス表示—解析その2—

まず $Z_L(x, R_\ell)$ を求め、これから他の諸量を誘導：

$$Z_L(x, R_\ell) = Z_{p+}(x) + \frac{\exp [W_{Z+}]}{C_{ZL}(R_\ell) - \int_\ell^x \exp [W_{Z+}] dx} \quad (13)$$

$$u(x) = \underbrace{u(0) \exp \left[-\int_0^x y Z_{p+} dx \right]}_{\text{入射波}} \cdot \frac{C_{ZL}(R_\ell) - \int_\ell^x y \exp [W_{Z+}] dx}{\underbrace{C_{ZL}(R_\ell) - \int_\ell^0 y \exp [W_{Z+}] dx}_{R_\ell \text{ の影響}}} \quad (14)$$

ここで

$$W_{Z+} \equiv \int_\ell^x 2y(x) Z_{p+}(x) dx$$

$$C_{ZL}(R_\ell) \equiv 1 / \{ R_\ell - Z_{p+}(\ell) \}$$

〔V〕アドミッタンス表示—解析その3—

：インピーダンス表示と双対な形式解析

〔VI〕結言 3つの形式解析（進行波表示，インピーダンス表示，アドミッタンス表示）により諸現象（整合，反射，共振，シグナルフロー など）の構造が明らかになった。

第3章 Riccati の微分方程式の近似解法

〔I〕序言 変係数の波動方程式から誘導される Riccati の微分方程式（DE と略す）の数値解法として代数方程式化法（：代化法）を提案

〔II〕代化法の骨子

$$\text{Riccati の DE : } Z' = p(x) Z^2 + q(x) Z + r(x) \quad (15)$$

上式を順次微分してできる派生の DE（DEN）を作る：

$$DE_n \quad Z^{(n)} = (pZ^2 + qZ + r)^{(n-1)}$$

→ DE₁ から DE_n を連立:

$$\rightarrow DE^n : Z^{(n)} = \sum_{\ell=0}^{n+1} k_{n\ell}(x) Z^\ell : Z \text{ の } n+1 \text{ 次多項式} \quad (16)$$

$$\text{代数方程式化} : Z^{(n)} \rightarrow 0 : DE_0^n : \sum_{\ell=0}^{n+1} k_{n\ell}(x) Z^\ell = 0 \quad (17)$$

[III] 数値計算アルゴリズム

① DEⁿ で Z⁽ⁿ⁾ = 0 とおいた代数方程式: DE₀ⁿ の根を計算点 x_k (k = 1, 2, …, N) (図中の黒点) に対して求める:

$$\text{根} : Z_{nj}^{(0)}(x_k), \quad (j=1, 2, n+1, k=1, 2, \dots, N)$$

② 大域解の構成

x₁ における各根 Z_{nj}⁽⁰⁾(x₁) から出発し、式(16)の助けを借り Taylor 展開し、それに近い根を順次選択してゆくと、根の組として j 番目の大域解:

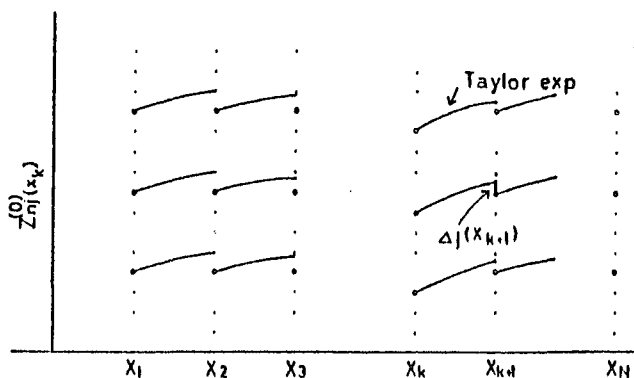


図4 大域解の構成

$$\{ Z_{nj}^{(0)}(x_k) \} = \{ Z_{nj}^{(0)}(x_1), Z_{nj}^{(0)}(x_2), \dots, Z_{nj}^{(0)}(x_N) \} \quad (18)$$

が構成される (図4 参照)。

③ 最適大域解の選択

$$\text{“近似偏差”} = \sum_k \Delta_j(x_k) \quad (19) \quad \text{を最小とするものを選択}$$

(Δ_j(x_k): 解偏差 (Taylor 展開と選択された根との食い違い))

[IV] 例題: 第1次Bessel DE: v に関する同DEに対して変換 $\Gamma v = -\frac{dv}{dx} / v$

により

$$\rightarrow \frac{d\Gamma v}{dt} = x^2 \Gamma v^2 - x \Gamma v + x^2 - 1 = \frac{1}{t^2} \Gamma v^2 - \Gamma v + \frac{1}{t^2} - 1 \quad (x=1/t) \quad (20)$$

なる Riccati の DE を得る。

これを代化法で解くと Hankel の第1種, 第2種に相当するものが求まる。

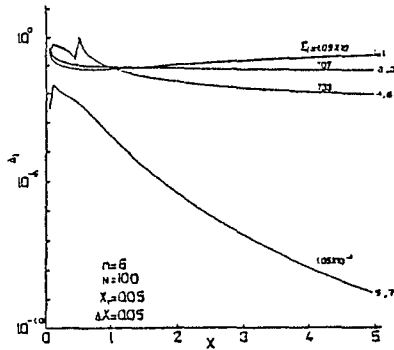


図5 代化法の解偏差
第1次Bessel D. E.

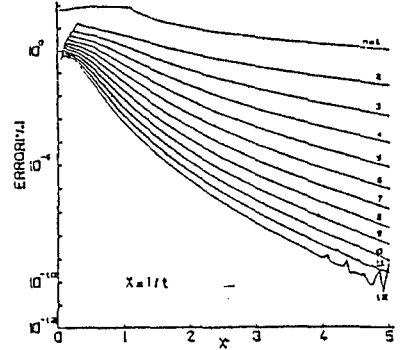


図6 代化法の誤差
第1次Bessel D. E.

〔V〕 結言

- “代化法” を提案
- 定義域全体にわたって高収束性
- 得られる解は第2章で定義された入・反射波

第4章 不均一伝送線路の無ひずみ理論

〔I〕 序言 不均一伝送線路における波形無ひずみ条件を求める。

〔II〕 電圧、電流波形無ひずみ条件

考えかた：区間 $[0, x]$ の v, u の各伝達関数 H_v, H_u ：

$$H_v(0 \rightarrow x, \omega) \equiv \frac{v(x, \omega)}{v(0, \omega)} \equiv \exp\left[-\int_0^x \Gamma_v(x, \omega) dx\right] \quad (21)$$

$$H_u(0 \rightarrow x, \omega) \equiv \frac{u(x, \omega)}{u(0, \omega)} \equiv \exp\left[-\int_0^x \Gamma_u(x, \omega) dx\right] \quad (22)$$

等を検討，すなわち無ひずみとなるには ($H: H_v$ または H_u)

$$\text{条件 I} : \partial H(0 \rightarrow x, \omega) / \partial \omega = 0 \Rightarrow \partial \alpha / \partial \omega = 0 \quad (23)$$

$$\text{条件 II} : \arg(H) = \omega \text{ の一次式 } \partial^2 \beta / \partial \omega^2 = 0 \quad (24)$$

ただし， $\Gamma: \Gamma_v$ or $\Gamma_u = \alpha(x, \omega) + j\beta(x, \omega)$

一方 Γ_v, Γ_u は伝送方程式より各々式(25), (26)を満す。

$$d\Gamma_v/dx = \Gamma_v^2 - yz + z'/z \cdot \Gamma_v \quad (25)$$

$$d\Gamma_u/dx = \Gamma_u^2 - yz + y'/y \cdot \Gamma_u \quad (26)$$

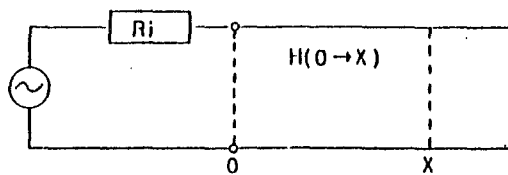


図7 区間 $[0, x]$ に対する伝達関数 $H(0 \rightarrow x)$ の説明図

[A] 電圧波形無ひずみ条件：(23)(24)+(25) ⇒

$$C\hat{v}u_{\pm} : \frac{RC - GL}{\sqrt{LC}} \pm \frac{1}{2} \left(\frac{L'}{L} - \frac{C'}{C} \right) = 0 \quad (27)$$

$$C\hat{v}_{\pm} : \begin{cases} -L\alpha'v_{\pm} + L\alpha v_{\pm} + L'\alpha v_{\pm} - LRG = 0 \\ \text{and } R'L - L'R = 0 \end{cases} \quad (28)$$

このときの無ひずみ波動 $\Gamma v = \alpha v_{\pm}(x, \omega) + j\beta v_{\pm}(x, \omega)$

$$= + \frac{RC + GL}{2\sqrt{LC}} - \frac{1}{4} \left(\frac{L'}{L} - \frac{C'}{C} \right) \pm j\omega\sqrt{LC} \quad (29)$$

[B] 電流波形無ひずみ条件

：[A]に対して双対：R↔G, C↔L

[III] 無ひずみ条件の組み合わせと整理（波動の伝搬方向を矢印で示す）

(i) 一方向性無ひずみ条件（：3種，→：v；↔：u）

$$C\hat{v}u_{\pm} : \rightarrow \text{ or } \leftarrow ; C\hat{v}_{\pm} : \rightarrow \text{ or } \leftarrow, C\hat{u}_{\pm} : \rightarrow \text{ or } \leftarrow$$

(ii) 両方向性無ひずみ条件（；3種）

$$CvuB : C\hat{v}u_{\pm}, R'L - L'R = 0 \text{ and } G'C - C'G = 0 : \leftrightarrow$$

$$CvB : C\hat{v}_{\pm} \text{ and } G'C - C'G = 0 \quad \leftrightarrow$$

$$CuB : C\hat{u}_{\pm} \text{ and } R'L - L'R = 0 \quad \leftrightarrow$$

[IV] 無ひずみ条件の特徴

- ① v と u がともに無ひずみとなるものは $C\hat{v}u+$ or $Cvu-$ が関与。
- ② 両方向性： $R'L - L'R = 0$ and $G'C - C'G = 0$ を含む。
- ③ 均一分布の極限でいずれの条件も $RC - GL = 0$ に。
- ④ 無ひずみ波動は進行波である。
- ⑤ 条件間の相対関係 → 図 8

[V] 励振方法：本文 2.4.4 節参照

無ひずみ波動 = 無ひずみ条件 + 整合条件

[VI] 結言

不均一伝送線路における無ひずみ条件：本質的なもの 6 種（： $C\hat{v}u+$, $C\hat{v}+$, $C\hat{u}+$, $CvuB$, CvB , CuB ）存在，又無ひずみ波動の諸性質を明らかにした。

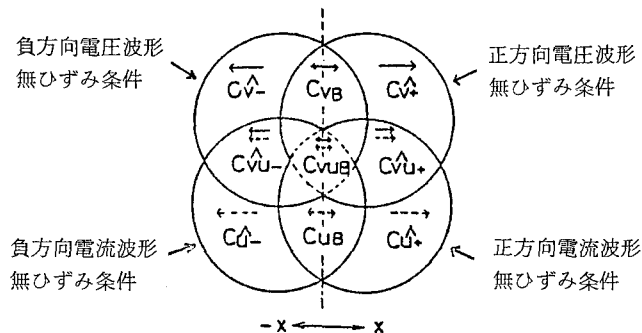


図 8 不均一伝送線路の無ひずみ条件間の相対関係

第5章 全域通過インピーダンス変換器の設計

〔I〕 原理 電圧電流波形無ひずみ条件 $C\hat{v}_{u+}$ の応用

$$(a) C\hat{v}_{u+} : dZ_{p+}/dx = G(x) Z_{p+}^2 - R(x), \quad (Z_{p+} \equiv \sqrt{L(x)/C(x)}) \quad (30)$$

$$(b) \text{入・出力端整合} : Z_1 = Z_{p+}(0), Z_2 = Z_{p+}(\ell) \quad (31)$$

をみたす長さ ℓ の無ひずみ線路は標記変換器として作用

〔II〕 設計法

$G(x)$ は高インピーダンス変換性を, $R(x)$ は低インピーダンス変換性を有する。本文ではさらに最小減衰となる設計法に限って詳述した。

〔III〕 50-75Ω変換器設計とその模擬 (: 100段はしご回路)

$$\rightarrow R = R_0 = 0, L = L_0 = 0.34 \mu\text{H}/\text{m}, 1/G_0 = 15 \text{k}\Omega \cdot \text{m}$$

$$C(x) = 136(1-x/300)^2 \text{ pF}/\text{m} \quad (1 \text{ 段を } 1 \text{ m に対応さす})$$

〔IV〕 実験結果

図9 : 伝達関数 (注, $Z_2 = 75\Omega$: 整合負荷)

図10 : 入力インピーダンス $Z_{in} - f$ 特性

図11 : 整合模様 ($Z_2 = 75\Omega$: 整合負荷)

〔V〕 結言

無ひずみ条件 $C\hat{v}_{u+}$

をみたす無ひずみ線路により全域通過のインピーダンス変換器が合成できることが明らかとなった。このことは前章の無ひずみ条件の正当性の証明でもある。

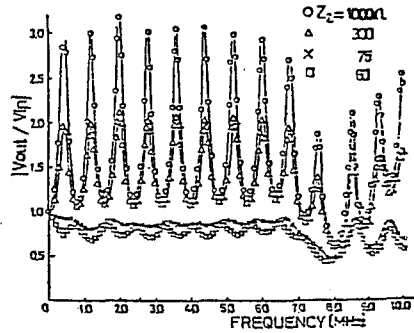


図9 伝達関数の絶対値

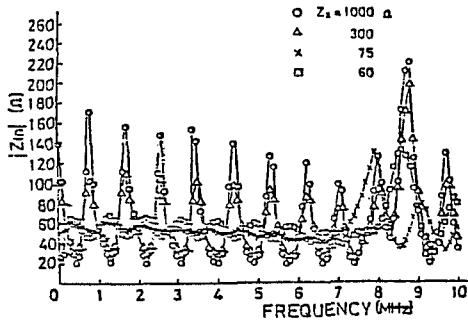
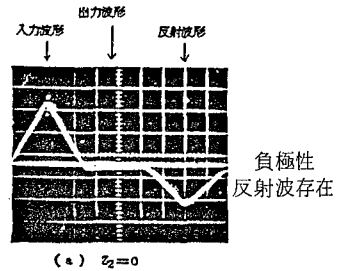
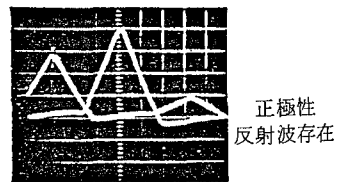


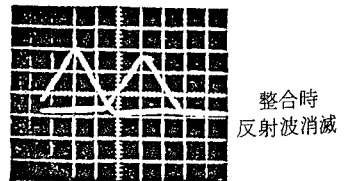
図10 Z_{in} の絶対値



(a) $Z_2 = 0$



(b) $Z_2 = 300\Omega$



(c) $Z_2 = 75\Omega$

図11 Z の整合 $0.2 \mu\text{e}/\text{div}$

第6章 擬似無ひずみ線路によるインピーダンス変換性を有するフィルタ合成理論

[I] 原理 前章の変換器の無ひずみ線路部分を擬似線路化(はしご形回路化)

⇒LPF性発生:

$$\textcircled{1} \text{無ひずみ条件 } C_{vu+} : Z_p(x) = G(x) Z_p^2 - R(x) \quad (32)$$

$$\textcircled{2} \text{波動インピーダンス } Z_p(x) = \sqrt{L(x)/C(x)} : \text{指定} \quad (33)$$

$$\textcircled{3} \text{“特性遮断角周波数”} : \Omega_c(x) = \omega_c(x)/\omega_0 : \text{指定} \quad (34)$$

$$\textcircled{4} \text{“平滑関数”} : A(x) = R(x) G(x) = \text{指定} \quad (35)$$

上4式を差分化(擬似線路化) n段目の素子値: L_n, C_n, G_n, R_n が決定

(ただし $\omega_{en} = \omega_c(n\Delta x) = \sqrt{L_n C_n}$, $L_n = L(n\Delta x)$ など)。

分布の最適化: $Z_p(x), A(x), \Omega_c(x)$ の関数形を“振幅ひずみ度” D_a ($: D_{va}, D_{ua}$), および位相ひずみ度 D_p ($: D_{vp}, D_{up}$)が小さくなるように決める(つまり理想特性からのずれを小さくするように決める)(図12参照)。

[II] 現在までに得られている最適1-1.5Ω変換LPF:

$$Z_p(x) = \frac{R_\ell - R_i}{\ell} x + R_i : \text{直線} (R_i = 1\Omega, R_\ell = 1.5\Omega)$$

$$\Omega_c(x) = \text{U字特性 (図13)}$$

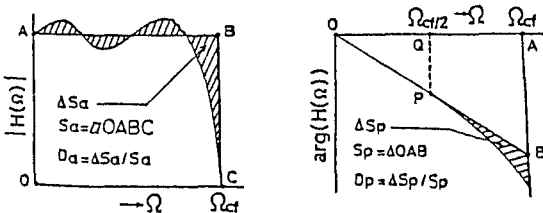
$$A(x) = R(x) G(x) = 10^{-5} (0.1 + \Omega_c(x) - 1) : \Omega_c \text{に相似}$$

この時の諸特性(図14~図17参照)

ただし $N=100, \ell=1, \Delta x=0.01$ とした。

$$(a) Z_p(x) = (R_\ell - R_i)x/\ell + R_i (R_i = 1, R_\ell = 1.5, \ell = 1) \quad (36)$$

$$(b) \Omega_c(x) = \begin{cases} 5 & (0 \leq x \leq k_1) \\ 2 \cos \frac{\pi(x-k_1)}{k_2-k_1} + 3 & (k_1 \leq x \leq k_2) \\ 1 & (k_2 \leq x \leq k_3) \\ -2 \cos \frac{\pi(x-k_3)}{k_4-k_3} + 3 & (k_3 \leq x \leq k_4) \end{cases} \quad (37)$$



$\Omega_{cc} : \text{カットオフ}, |H(\Omega)| \approx 100 (-40dB) \text{ とする } \Omega_c$

$D_p = \arg(H(\Omega_{cc}/2)), H(\Omega) : \text{理想特性}$

図12 LPFのひずみ度 D_a, D_p の定義

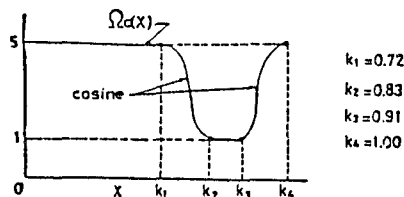
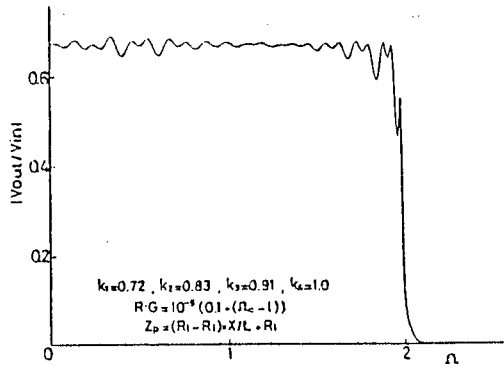
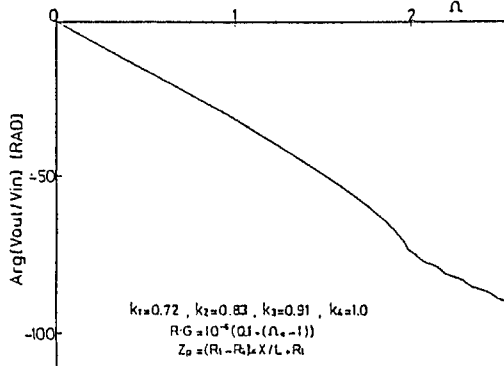


図13 最良の $\Omega_c(x)$ 分布



(a) 振幅特性



(b) 位相特性

図14 1-1. 5Ω変換LPFの $V_{out}/V_{in}-\Omega$ 特性： $H_V(\Omega)$

〔III〕 結言

擬似無ひずみ線路を用いて通過域内で比較的インピーダンス変換性及び波形無ひずみ性を有するLPFが実現可能である。さらに周波数変換の方法により同様な性格を有するHPF, BPF, BEFの合成が可能である。

第7章 結 論

本論文では「不均一伝送線路の解析とその応用」に関して記した。

まず第2章では(1)進行波表示, (2)インピーダンス表示, (3)アドミッタンス表示の3形式で不均一伝送線路の解析を行ない, 信号の振舞(反射, 整合, 共振, シグナルフロー)などの構造を明らかにした。

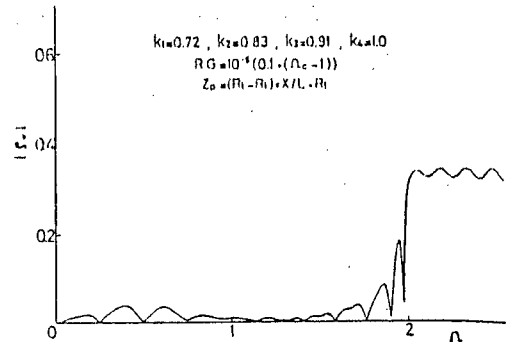


図15 1-1. 5Ω変換LPFの $|\Gamma_v|-\Omega$ 特性(反射特性)

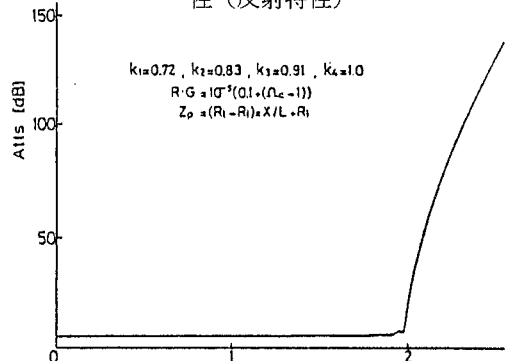


図16 1-1. 5Ω変換LPFの $Att[s]-\Omega$ 特性(減衰特性)

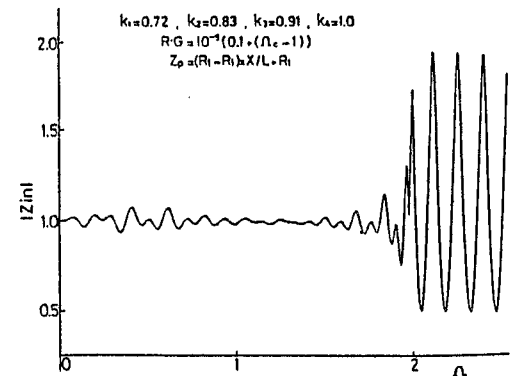


図17 1-1. 5Ω変換LPFの $Z_{in}-\Omega$ 特性(Z_{in} :入力インピーダンス)

第3章では不均一伝送線路の伝送方程式の数値解法として“代化法”を提案した。同法はWKB法より優れていることが示された。

第4章では“局所伝搬定数”を吟味することにより不均一伝送線路における波形無ひずみ条件を明らかにした。その結果本質的なもの6種が存在することが明らかになった。

第5章では電圧電流波形無ひずみ条件(Cvu+)をみたす無ひずみ線路による波形無ひずみインピーダンス変換器の設計およびその実験的検討を行なった。その結果、第4章の無ひずみ条件の正当性および上記変換器の合成法の妥当性が確認された。

第6章では前章の変換器の無ひずみ線路部分の擬似線路化および周波数変換の方法により、通過域内で比較的波形無ひずみ性、インピーダンス変換性を有する各種フィルタ合成が可能であることを示した。

以上、本研究の目的である「不均一伝送線路の解析とその応用」に関する目的はほぼ達成されたものと考えられる。

審 査 結 果 の 要 旨

一次あるいは二次定数が線路に沿って一様でない、いわゆる不均一伝送線路の解析は、不均一性に伴う波動現象の複雑さ及び記述式の数学的扱いの困難さのゆえに、指数線路や円板形線路などの特殊な線路以外は、解析的解が得られていない。しかしながら、基本的には、不均一構造を自由に設定できることから、均一線路とは異なったより柔軟な特性設計ができ、高周波伝送回路などへの応用もより一層広がるものと期待されている。著者は、任意構造の不均一線路の解析を試み、入射波及び反射波の概念を新たに定義して、簡潔な表現式によって物理的解釈を容易なものとし、その結果、波形無ひずみ条件を得ている。また、伝送方程式の近似数値解法を提案し、実際の整合回路あるいはフィルタ回路の設計に応用し、よい結果を得ている。本論文はこれらの成果をまとめたもので、全文7章よりなる。

第1章は緒論である。第2章では、不均一線路の解析に適した入射波、反射波の概念を定義し、この定義が均一線路の場合からの自然な拡張であることを示し、この定義のもとに、特性インピーダンス、反射係数など他の諸量も単純な形で表わせることを示している。

第3章では、不均一線路の伝送方程式（複素変係数線形2階同次微分方程式）から導出されるRiccatiの微分方程式を解くために、一つの近似数値解法を提案している。この方法は、従来知られているWKB法に改良を加えて精度を上げたもので、実用上十分な解が得られることを、既知の線路についての解と比較して実証している。

第4章では、第2章で述べた入射波、反射波の定義に従って、不均一線路における電圧及び電流波形の無ひずみ条件について詳細に論じている。得られた結果は、均一線路の場合も包含し、次章以下での伝送回路設計の基礎を与えるものである。

第5章では、上記無ひずみ条件の1つをみたく不均一線路から、インピーダンス変成器を設計する手法を説明し、集中定数梯子形回路による模擬実験を行って、理論とよく一致する結果が得られることから、無ひずみ条件の有用性を確認している。また、第6章では線路定数に若干の変更を加えれば、波形ひずみの少ないフィルタが設計できることを応用例として示している。

第7章は結論である。

以上要するに本論文は、不均一伝送線路解析のための記述式並びにその近似数値解法を提案して、無ひずみ条件を導き、高周波伝送回路の設計に有用であることを示したもので、通信工学の発展に資するところが少なくない。

よって、本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。