氏　　　　　名	張 (Zhang)　賢 (Xian)　達 (Da)
授　与　学　位	工　学　博　士
学位授与年月日	昭和 62 年 4 月 8 日
学位授与の根拠法規	学位規則第 5 条第 2 項
最　終　学　歴	昭和 55 年 12 月 北京長城計量測試研究所計測工学専攻 修士課程修了
学位論文題目	**ARMAモデルによるシステム同定とスペクトル推定に関する研究**
論文審査委員	東北大学教授 竹田　宏　東北大学教授 木村　正行 東北大学教授 樋口　龍雄　東北大学教授 猪岡　光

論　文　内　容　要　旨

第 1 章　緒　　論

システム同定，時系列解析に関する問題はシステム制御，信号処理の分野において最も基本的で，かつ重要な課題であり，従来より数多くの研究がなされている。近年，デジタル計算機の目ざましい発達と普及に伴って，システム同定において自己回帰・移動平均（ARMA）モデルが広く用いられている。

一方，相関関数法，FFT法，最大エントロピー法またはARスペクトル推定法に比べ，ARMAスペクトル推定法は簡単な計算と高い周波数分解能のため工学全般において数多くの応用分野を持っている。

一般に出力側に観測雑音が存在するため，システムの入出力関係を記述する方程式において，残差が有色となる場合が多い。このような場合，良い統計的性質をもつ推定値を与える問題は，システム同定とARMAスペクトル推定において最も重要で，かつ興味ある課題である。この問題について近年多くの研究がなされているが，まだ未解決の問題点が多く残されてある。本論文は，精度が良くかつ高効率な推定アルゴリズムに関する研究成果をまとめたものである。

第 2 章　次数逐次形一般化最小二乗推定法

本章では，次式で与えられる 1 入力 1 出力の線形離散時間システム（Fig.1 参照）を考察の対象

とする。

$$A(z^{-1})\,y(k)=B(z^{-1})\,u(k)+A(z^{-1})\,v(k)$$

ただし

$$A(z^{-1})=1+a_1z^{-1}+\cdots+a_pz^{-p}$$
$$B(z^{-1})=b_0+b_1z^{-1}+\cdots+b_qz^{-q}$$

である。

最小二乗逆行列と最小ノルム逆行列はそれぞれ線形方程式の最小二乗解と最小ノルム解と関連するので，工学上よく使われている。本章では，まずそれらの定義，性質及び従来の計算方法を述べるとともに，最小二乗逆行列の新しい次数逐次形算法を提案した。本方法は，まず行列の第1列の，ついで列を一つずつ増加させながら，行列の最小二乗逆行列を逐次に計算するもので，正則行列の逆行列も効率的に計算できる。

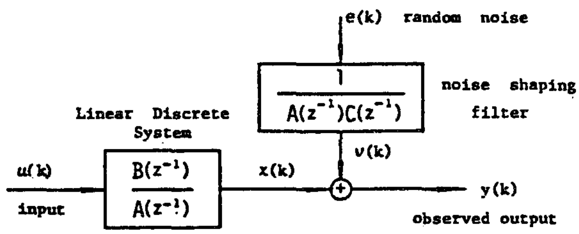

Fig.1 System model.

残差が有色となる場合，不偏一致推定値を与えるために一般化最小二乗法，最尤法，補助変数法など多くの方法が提案されているが，それらの方法はどれも次数を既知と仮定している。しかし次数が未知の実際のシステムに対しては，次数逐次形推定アルゴリズムが有効になる。そこで，Fig. 1のシステムを対象とし，前述の最小二乗逆行列の次数逐次形計算法を，一般化最小二乗法の中で計算の効率の良いHsiaのアルゴリズムに適用することにより，初めて次数逐次形一般化最小二乗推定アルゴリズムを導出した。本アルゴリズムは，Astromのアルゴリズムに比べ，最小二乗逆行列と最小二乗推定値の計算に必要な乗法回数がはるかに少ないことを明らかにした。また，本アルゴリズムはARMAモデルの次数(p，q)を逐次増加させ，それらの組合せに対応するパラメータの一般化最小二乗推定値を与えるものであるから，AIC法による次数決定が従来の方法に比べ効率的となる。例えば，

$$A(z^{-1})=1-2z^{-1}+1.7z^{-2}-0.5z^{-3}$$
$$B(z^{-1})=1-1.5z^{-1}+0.685z^{-2}$$
$$C(z^{-1})=1-0.15z^{-1}+0.1z^{-2}$$

とすれば，Table Ⅰの最小AIC値より次数(3，2)が選ばれる。

S/N＝0.86及び1.236それぞれの場合に10回の実験を行なった推定結果を示したのがTable Ⅱである。この結果より，本アルゴリズムが実際に有効であることが確かめられた。また，本方法は多次元システムの同定に適用することも可能である。

TABLE I　AIC VALUES FOR VARIOUS MODELS

p \ q	0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	−126.9	−316.1	−292.3	−285.2	−293.1	−314.2	−276.6	−312.0	−287.0
2	−123.9	−501.6	−501.9	−501.1	−499.4	−492.4	−491.1	−488.1	
3	−158.1	−487.9	−514.8	−508.8	−503.1	−497.4	−493.4		
4	−178.0	−481.7	−508.8	−502.4	−497.4	−491.4			
5	−176.7	−476.5	−503.3	−496.8	−492.4				
6	−170.7	−483.0	−497.5	−491.5					

TABLE II　STATISTICS OF PARAMETER ESTIMATES

		a_1	a_2	a_3	b_0	b_1	b_2	c_1	c_2
S/N	True	−2.0	1.7	−0.5	1.0	−1.5	0.685	−0.15	0.1
0.860	Mean	−2.0226	1.7168	−0.5235	1.1099	−1.5230	0.6742	−0.1481	0.1145
	Std. Dev.	0.0315	0.0574	0.0285	0.1105	0.0262	0.0203	0.0120	0.0531
1.236	Mean	−2.0104	1.7054	−0.5071	1.0695	−1.5063	0.6685	−0.1422	0.1098
	Std. Dev.	0.0327	0.0474	0.0311	0.0761	0.0292	0.0444	0.0360	0.0476

第3章　次数逐次形補助変数法

本章ではFig.1のシステムにおいて $v(k)=H(z^{-1})e(k)$（ただし $H(z^{-1})$：ARMAモデル）とし，補助変数逆行列と補助変数推定値の次数逐次形計算法を提案し，汎用パラメータ推定プログラムを作成した。

補助変数法は，一つの重要なシステム同定方法として広く応用されている。本章では，まず従来提案されてきた五つの基本補助変数法と四つの最適補助変数法を総括的に述べ，それぞれの相互関係を明らかにした。

ついで，補助変数逆行列を定義し，補助変数逆行列と補助変数推定値の次数逐次形計算法を提案した。また，それらの計算法は第2章で述べた最小二乗逆行列とAstromの最小二乗推定値の次数逐次形計算法をそれぞれ特別の場合として含む。

さらに，補助変数推定値の次数逐次形計算法の活用について，FORTRAN言語による汎用次数逐次形パラメータ推定プログラムを作成した。このプログラムは，システム同定法としての最小二乗法，一般化最小二乗法，補助変数法と最適補助変数法にだけでなく，時系列解析法としてのMYW法（modified Yule-Walker 方程式に基づくもの）にも適用することができる。

最後に，三つのモデルに対して本方法を適用し，従来の種々の方法によるパラメータ推定結果と比較をした。それらの実験結果から，補助変数推定の繰り返しによりシステムパラメータ推定値の精度をさらに向上できることがわかった。

第4章　時系列解析とARMAスペクトル推定法

Fig.1のシステム（ただし，入力は観測できない白色雑音とする）を対象とし，出力のみを用いたARパラメータの一般化最小二乗推定法とそれに基づくMAパラメータの推定法を提案し，それらをARMAスペクトル推定に応用する一方法を述べた。

残差が有色となる場合，ARMAモデルは有名な修正Yule－Walker方程式でなく，新たに定義した一般化修正Yule－Walker方程式により表示されることを示した。また，残差を白色化する最適ろ波器を用いれば，修正Yule－Walker方程式が成立することを示し，Fig.1のようなシステムに対応する最適ろ波器を与えた。これらの解析に基づき，ブートストラップによりARMA過程におけるARパラメータと白色化最適ろ波器のパラメータを推定する方法（時系列解析のための一般化最小二乗法の基本アルゴリズム）を提案した。さらに，この基本アルゴリズムを次数逐次形に変換し，かつ計算量を低減させる高速アルゴリズムを導いた。

一般に，AIC法を用いてARMAモデルの次数を決定するために，種々の次数の組合せに対応するARとMAパラメータの推定値を用いなければならない。この次数決定に関して，本章では，MAパラメータ推定値が不要であり，かつ次数の組合せ数が少なくて済むような効率的なAIC実施法を示した。

ARMAスペクトル推定法として，観測雑音を無視したKavehの推定器とCadzowの推定器が広く応用されている。この二つの推定器における係数間の関係を明らかにした。また，Fig.1のシステムに対して，観測雑音がKavehの推定器における係数に及ぼす影響を修正項の形でまとめることにより，その係数さらにMAパラメータの推定精度を向上させる方法を導いた。

以上の考察結果に基づき，具体的に観測雑音で乱された時系列の解析及びARMAスペクトル推定の一方法を構成した。本方法により，残差が有色な場合にも精度の良い推定値を与えることができる。これは従来の時系列解析法にはない大きな特長である。シミュレーション結果によれば，従来のARMAスペクトル推定法に比べ，本方法により低い次数を用いて周波数分解能の良いスペクトル推定値が得られることを明らかにした。例えば，出力の観測値 $y(k)$ が

$$y(k)=\sqrt{20}\,\sin(2\pi\,0.2k)+\sqrt{2}\,\sin(2\pi\,0.213k)+v(k)$$

で与えられた（ただし $v(k)$：白色雑音）とすれば，本方法による同定結果は次のようなARMA(4，4) モデルである。

$$\frac{\hat{B}(z^{-1})}{\hat{A}(z^{-1})}=\frac{1.0306-0.8878z^{-1}+1.6054z^{-2}-0.6102z^{-3}+0.4849z^{-4}}{1-1.0094z^{-1}+2.1814z^{-2}-0.9733z^{-3}+0.9405z^{-4}}$$

そのパワー・スペクトル密度はFig.2に示したようである。

それに対して，従来のKavehの推定器を適用すれば，二つの正弦波を検出するために高い次数(8，8) を使わなければならなかった。

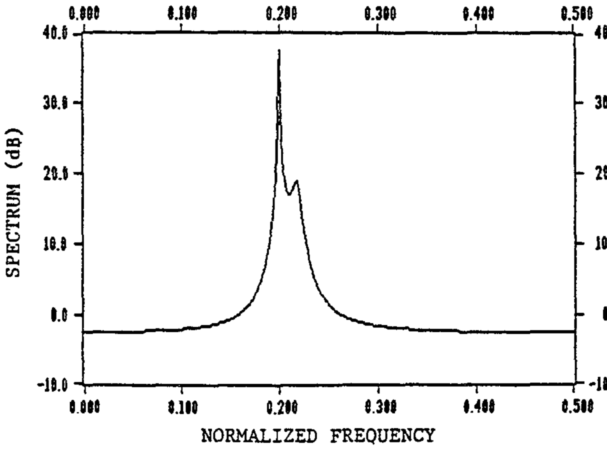

Fig. 2

第５章は結論であり，本論文の結果をまとめたものである。

審 査 結 果 の 要 旨

制御の対象とするシステムあるいは通信信号や音声などの時系列を記述するのに，デジタル計算機処理に適したARMA（自己回帰移動平均）モデルが広く用いられている。ARMAモデルを適用するには，AR部，MA部の次数とそれらのパラメータを入出力信号を用いて推定しなければならない。従来の研究では，出力信号に含まれる観測雑音を無視するかあるいは白色とみなしてきた。著者は実際の観測雑音が有色であることを考慮し，その影響を抑制してARMAパラメータとスペクトルを高い精度で推定する効率的なアルゴリズムについて研究を行った。本論文は，それらの成果をまとめたもので全文5章よりなる。

第1章は序論である。第2章は，次数逐次形一般化最小二乗推定法について述べたものである。すなわち，推定問題解法の基礎となる最小二乗逆行列の新しい次数逐次形計算法を提案し，それを用いてARMAモデルの次数逐次形同定アルゴリズムを導出している。本方法は，計算機シミュレーションによりその有効性が確かめられており，またAIC法によるモデル次数の決定が極めて効率的に行える利点も有している。これらは本論文の重要な成果である。

第3章では，補助変数法とよばれるARMA同定法について，従来発表されている種々の方法相互間の関連を明らかにするとともに，次数逐次形最適補助変数推定法を提案している。さらに，第4章の時系列解析にも適用可能な汎用次数逐次形パラメータ推定プログラムを作成している。

第4章では観測雑音を含む出力信号のみを用いたARMAパラメータとスペクトル推定法について述べている。まず，出力の相関関数よりARパラメータと有色雑音を白色化するフィルタのパラメータを，ブートストラップ法により交互に推定する方法を導き，それを次数逐次形に変換した高速アルゴリズムを与えている。ついでそれらの結果を基にMAパラメータを推定している。本方法は，観測雑音を無視した従来の方法に比べ低い次数のモデルで周波数分解能の高いスペクトル推定が可能となり，雑音に埋もれた正弦波信号の検出にも極めて有効であることを明らかにしている。これらの成果は，時系列解析に興味ある知見を加えたものである。第5章は結論である。

以上要するに本論文は，システムの出力側に任意の観測雑音を含む場合のARMAモデルの同定とスペクトル推定のための新しい次数逐次形アルゴリズムを開発し，それが高精度，高効率であることを計算機シミュレーションにより確認したもので，システム制御工学，情報処理工学の発展に寄与するところが少なくない。

よって，本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。