氏　　　　名	呉屋守章
授与学位	工学博士
学位授与年月日	平成元年3月15日
学位授与の根拠法規	学位規則第5条第2項
最終学歴	昭和50年3月 東北大学大学院工学研究科精密工学専攻 修士課程修了
学位論文題目	**塑性ひずみ増分に応力増分依存性を考慮した構成式に関する研究**
論文審査委員	東北大学教授　加藤　正名　東北大学教授　佐武　正雄 東北大学教授　高橋　裕男　東北大学助教授　伊藤　耿一

論文内容要旨

第1章　序　論

塑性構成式は，塑性材料の応答特性を幾何学的量と力学的量の関係として数式で表現したものであり，塑性変形解析においては最も重要かつ必要不可欠なものである。弾塑性体の構成式としては，除荷及び塑性負荷の基準が明確な Prandtl－Reuss 則が最も合理的であるとして塑性学における代表的な位置を占めているが，面内負荷を受ける平板及び軸圧縮下の円管塑性座屈の解析においては，Prandtl－Reuss 則からの結果は妥当でなく，従来非合理的であるとされた Hencky 変形論の増分則を用いた解析結果が実験値に近い特性を示すことが分かってきた。このように Prandtl－Reuss 則と Hencky変形論増分則の間に存在するパラドックスを解消するために，降伏曲面上に角点形成を導入し塑性ひずみ増分方向の応力増分方向依存正を取り入れた構成式，いわゆる角点則が Christoffersen－Hutchinson，後藤そして伊藤により提案されたが，一般的な塑性変形を解析するための構成式としては，何れの場合も幾つかの問題を抱かえており必ずしも十分ではない。

本論文は，既存角点則の問題点を明らかにした後，これらの問題点を解消する新塑性構成式の表現を提案し，さらに新構成式を幾つかの具体的問題へ適用することにより，その妥当性と有用性を検証することを目的とする。

第２章　塑性ひずみ増分方向の応力増分依存性を考慮した新弾塑性構成式の提案

既存角点則における問題点を要約すると次のようになる。

①全負荷域から弾性除荷域までの間の部分負荷域を合理的に記述するためには，何等かの形で遷移関数が必要となるが，その物理的意味が不明である。

②有限要素法等の数値解析に応用できるためには応力増分をひずみ増分について記述したいわゆる逆表示が必要となるが，それが従来の Prandtl－Reuss 則と同様な形態で与えられていない。

③ Prandtl－Reuss 則では，加工硬化材の降伏曲面は塑性ひずみ増分または塑性仕事が加わると共に拡張するように記述されてきたが，この点について既存角点則ではどう取り扱うのか明確でない。

これら問題点を解消するために以下のような新塑性構成式の表現を提案する。

すなわち，塑性負荷に対して，

$$\dot{\varepsilon}' = \frac{\dot{\sigma}'}{2G^*} + \frac{(\sigma' : \dot{\varepsilon}')\sigma'}{S^*}, \qquad \dot{\varepsilon}^v = \dot{P}/K$$

ここに，$\dot{\varepsilon}^v$は体積ひずみ増分，$\dot{P}$は静水圧応力増分，Kは体積弾性率，Gは横弾性係数であり，G^*，S^*は次のように定義される。

$$G^* \overset{\mathrm{d}}{=} GH'\sin\alpha/(H'\sin\alpha + 3\mu G\sin\beta)$$
$$S^* \overset{\mathrm{d}}{=} \bar{\sigma}^2\{H'\sin 2\alpha/(9\mu G) + (2/3)\sin\alpha\cos\beta\}/\sin(\alpha-\beta)$$

さらに，新構成式の逆表示の唯一性を保証するためには，それぞれ塑性ひずみ増分の方向角及び大きさをさためる遷移関数β，μが，何れも偏差応力増分の向きαの関数であるとし，$0 \leqq \alpha \leqq \alpha_{max}$において次の関係が成立しなければならない。

i）$\beta(\alpha)$ はαについて単調増加であり，
　$\alpha = 0$のとき$\beta = 0$，　又　$\alpha = \alpha_{max}$のとき$\beta = \alpha_{max} - \pi/2$となり，

ii）$\mu(\alpha)$ はαについて単調減少であり，
　$\alpha = 0$のとき$\mu = 1$，　又　$\alpha = \alpha_{max}$のとき$\mu = 0$となる。

第３章　新塑性構成式における材料パラメータの決定

新構成式の表現は遷移関数μ，βを具体的に決定して初めて意味があり，本論弁においては多結晶体理論における Kröner－Budiansky－Wu モデルや Lin のグリーン関数型モデルを用いた数値計算結果（FCC 材対象）に基づきその関数形を定めた。

前負荷が単軸引張りの場合に対するこれらモデルからの結果の特徴を比較的よく近似し，かつ$\alpha_{max} \to \pi/2$のとき塑性ポテンシャル論に帰着するように，すなわち$\mu_0 \to \cos\alpha$，$\beta_0 \to 0$となる次の様な関数が基本形として選択できることを示す。

$\mu_o = \cos(.5\pi\alpha / \alpha_{max})$,　　　$\mu = \mu_o^{\zeta(\alpha_{max})}$

$\beta_o = (\alpha_{max} - .5\pi)\alpha / \alpha_{max}$

この結果によればα_{max}は単軸負荷方向の場合は約120°に等しくTresca型降伏曲面における角点の形成を示唆する。

さらに，前負荷が純粋せん段の場合に対するKBWモデルの結果はα_{max}が約90°となることを示し，α_{max}が前負荷方向に依存することになる。しかしながら，遷移関数μ，βの具体的な形式としては本章で提案する関数形でよく，α_{max}とζをそれぞれの負荷方向に対して決定すればよいことが分かる。

第4章　新塑性構成式への異方硬化の導入

塑性学の一つの重要な問題としてBauschinger効果があるが，それを表現するためにZieglerの移動硬化則を新構成式へ導入した。得られた結果は，従来におけるPrandtl－Reuss則と同じ形式で次のようになる。

$$\dot{\sigma} = 2G^*\{\dot{\varepsilon} + \nu^*\dot{\varepsilon}_v\delta/(1-2\nu) - (S' : \dot{\varepsilon})S'/\Sigma^*\}$$

ここで，H_K'は移動硬化係数，δは単位テンソルで，Σ^*，ν^*次式で定義される。

$$\Sigma^* \stackrel{d}{=} 2\overline{S}^2 H'(H'\cos\alpha/\mu + H_K' + 3G\cos\beta)\sin\alpha/[9G\{H'\sin(\alpha-\beta) - H_K'\sin\beta\}]$$

$\nu^* \stackrel{d}{=} \nu + E\mu\sin\beta/(2H'\sin\alpha)$,　　$S \stackrel{d}{=} \sigma - \alpha$，$\alpha$は塑性ポテンシャル中心の移動量さらに，移動硬化を考慮した構成式をひずみ径路急変問題へ適用し，加工硬化係数や径路折り曲げ角等を色々変えて相当応力の推移に及ぼす影響を調べる。その結果，従来の構成式に移動硬化のみを取り入れた場合は，ひずみ径路を急変させた直後の再負荷時に相当応力が急激に減少するが，角点形成と移動硬化がある場合の新構成式による結果はこの程度が緩やかになることを示す。この新構成式による結果は過去の実験と同じ傾向を示すことが分かる。

第5章　新塑性構成式とHillの唯一性理論における線形比較体

Hillは弾塑性体について増分的境界値問題の解の唯一性と平衡状態の安定性に関する一連の研究の中で，応力増分とひずみ増分が線形である仮想的固体（線形比較体）を導入することが塑性特有の除荷・負荷の判定等の非線形性を避け論議を容易することを示した。既存角点側ではその線形比較体の満足すべき条件が十分に吟味されていない。新構成式では遷移関数μ，βを用いて一般的な形で線形比較体の条件を以下の様に明確に記述てきる。

すなわち$0 \leqq Kc \leqq 1$となる定数Kcを含む定数係数則

$$\dot{\varepsilon} = (3/2H')\{Kc\,\dot{\sigma}' + (1-Kc)\,\sigma'(\dot{\overline{\sigma}}/\overline{\sigma})\}$$

において，元の非線形材に対し次の条件を満足するものが線形比較体となる。

任意の$\dot{\varepsilon}_2 \neq 0$，$\dot{\varepsilon}_1 \neq 0$に対して，

$\underline{A \geqq 0 \text{ かつ } B \geqq 0}$　又は，$\underline{A \geqq 0 \text{ かつ } D \leqq 0}$

ここに，$A \stackrel{d}{=} \cos(\alpha_2 - \beta_2)/\mu(\alpha_2) - \cos(\alpha_2{}^L - \beta_2)/\mu^L(\alpha_2{}^L)$

$$B \stackrel{d}{=} \cos(\alpha_1{}^L - \beta_2)/\mu^L(\alpha_1{}^L) - \cos(\alpha_2{}^L - \beta_1)/\mu^L(\alpha_2{}^L) - \cos(\alpha_1 - \beta_2)/\mu(\alpha_1) - \cos(\alpha_2 - \beta_1)/\mu(\alpha_2)$$

$$C \stackrel{d}{=} \cos(\alpha_1 - \beta_1)/\mu(\alpha_1) - \cos(\alpha_1{}^L - \beta_1)/\mu^L(\alpha_1{}^L)$$

$D \stackrel{d}{=} B^2 - 4AC$，　　$(\ )^L$ は定数係数則に関連した量である。

これにより，Kcのとりうる範囲を第3章で導入したα_{max}，ζ，$\mu(\alpha)$，$\beta(\alpha)$に対して決定できる。

第6章　軸圧縮と内圧を受ける弾塑性円管屈問題への新塑性構成式の適用

応力径路の急変する典型的な問題とし円管の塑性座屈を取り上げ，新構成式の妥当性を検証する。細長比及び（直径）／（肉厚）の比が小さい中空円管に内圧と軸圧縮を加えるとき，軸圧縮が内圧よりもその影響が支配的である場合には，軸対象な座屈波形が生じる。この問題に Hill の分岐論を適用し，第5章で提案した線形比較体を用いて軸圧縮力と内圧を同時に受ける剛塑性円管の塑性座屈解析を行うと，内圧を加えることにより座屈荷重いは低くなる傾向にあることが分かる。Levy－Mises 則を前提とする剛塑性解析では，座屈応力（分岐応力）は無限大となるが，弾性成分を考慮した Prandtl－Reuss 則では，実験値に比べかなり高めながらも一応座屈応力を得ることは可能である。これに対し，提案した新構成式ではKcを大きくとるほど理論的座屈応力は低下する傾向を示すことが分かる。しかし理論座屈応力はKcに極めて敏感なので，線形比較体則の座屈解析への適用に当たってはKcの適切な選択，すなわち材料自身の構成関係を規定する基本的遷移関数$\mu(\alpha)$，$\beta(\alpha)$を正確に得ることが重要である。

第7章　新塑性構成式によるくびれ発生基準に基づく薄板成形限界性

面内二軸負荷を受ける薄板材を破断問題における Hill の局所くびれ条件は，くびれによる破断が成形限界として最も重要と考えられる二軸引張り張り出し変形の場合，局所くびれ発生限界値を得ることができない。本章では，Stören－Rice の理論と同様に，局所くびれ帯の境界に於て変形速度勾配が不連続な変形状態が可能となる条件を局所くびれ発生条件として設定し解析を進める。Hencky 変形論増分則を用いたS－R理論の成形限界曲線はn値に依存した関係で得られたが，第5章で提案した線形比較体側を構成式として用いた本章の結果は，パラメータKcに依存する曲線として整理できる。Kcは塑性ひずみ増分方向の応力増分依存性を規定するパラメータであるから，この様に整理できたことで，Kcの値を変えることにより局所くびれ発生条件に及ぼす構成式の影響を従来よりも明確に知ることが可能となる。

第８章　新塑性構成式の有限要素法変形解析への適用

Prandtl－Reuss則と形式的には同一である新構成式が，既存の弾塑性変形解析を対象とする有限要素法プログラムへ容易に導入しうるかの検討を行い，さらに降伏曲面上に角点が形成されている場合にもR_{min}法が適用できることを示す。

第９章　結　　　論

本研究は，応力経路の急変する塑性変形解析に対しても適用可能で，かつ従来の塑性ポテンシャル論との関連も明確な塑性構成式を新たに提案し，円管の座屈や薄板の局所くびれ問題への解析的適用を通してその妥当性と有用性の検証を行ったものである。この章では本研究で得られた結果をまとめている。

審 査 結 果 の 要 旨

構成式は，力学量の間の材料に固有な関係を数式で表現したもので，応力および変形解析に必要不可欠なものである。塑性変形解析には，従来，塑性ポテンシャル論に基づく塑性構成式が広く用いられているが，この構成式では，塑性ひずみ増分の方向を応力増分の方向とは無関係に一義的に規定するので，不安定問題など負荷経路が急変する問題では非現実的な結果を与えていた。本論文は，この難点を解決するため，応力増分依存性をも考慮した新構成式を提案して，多結晶モデルによるシミュレーションからパラメータを定め，これを塑性座屈および局所くびれ問題に適用し，提案した構成式の有用性を確認したもので，全編9章よりなる。

第1章は序論である。

第2章では，塑性構成式の具備すべき条件について考察して，これにもとづいて新しい構成式を提案している。提案した構成式は塑性ひずみ増分を応力依存成分と応力増分依存成分との和で表現しており，従来のポテンシャル論に基づく構成式との関連が明確である。

第3章では，多結晶モデルによる塑性挙動シミュレーションの結果に基づいて，塑性ひずみ増分の大きさと方向を規定するパラメータを応力増分の方向に対して求め，提案した構成式の表現を確定している。

第4章では，提案した構成式に移動硬化則を適用して加工異方性を導入している。

塑性不安定解析では，応力増分とひずみ増分との間に線形関係を仮定した線形比較体を導入するのが便利である。第5章では，提案した構成式の線形比較体について検討して，構成式のパラメータと線形比較体のパラメータとの関係を定め，第6章および第7章における解析の基礎を与えている。

第6章では，導入した線形比較体を軸圧縮力と内圧とを受ける剛塑性円管の塑性座屈解析に適用して分岐応力を求め，実験結果と比較して提案した構成式の有用性を示している。

第7章では，導入した線形比較体を局所くびれ解析に適用し，2軸引張りを含む負荷に対する成形限界線図を得ているが，これは薄板成形における成形限界を力学的に規定するもので，優れた結果である。

第8章では，提案した構成式を有限要素解析に適用するための定式化について述べている。

第9章は結論である。

以上要するに本論文は，負荷経路の急変する問題に適用できる塑性構成式を提案し，これを塑性不安定問題に適用したもので，塑性加工学の発展に寄与するところが少なくない。

よって，本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。